

---

## PROBLEMAS RESOLVIDOS DE FÍSICA

Prof. Anderson Coser Gaudio

Departamento de Física – Centro de Ciências Exatas – Universidade Federal do Espírito Santo

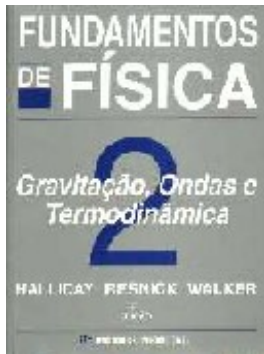
<http://www.cce.ufes.br/anderson>

[anderson@npd.ufes.br](mailto:anderson@npd.ufes.br)

Última atualização: 28/11/2006 14:28 H

---

# 17 - Campo Elétrico

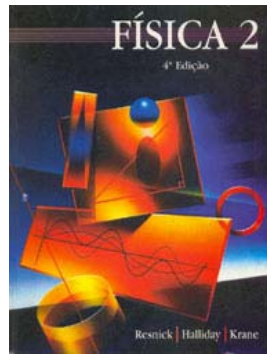


### Fundamentos de Física 2

Halliday, Resnick, Walker

4ª Edição, LTC, 1996

[Cap. 24 - O Campo Elétrico](#)

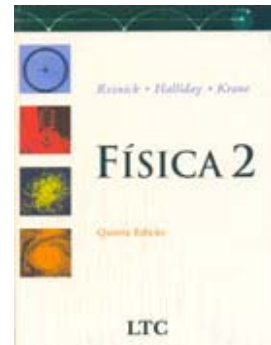


### Física 2

Resnick, Halliday, Krane

4ª Edição, LTC, 1996

[Cap. 28 - O Campo Elétrico](#)



### Física 2

Resnick, Halliday, Krane

5ª Edição, LTC, 2003

[Cap. 26 - O Campo Elétrico](#)



Prof. Anderson (Itacaré, BA - Fev/2006)



HALLIDAY, RESNICK, WALKER, FÍSICA, 4.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

### FUNDAMENTOS DE FÍSICA 3

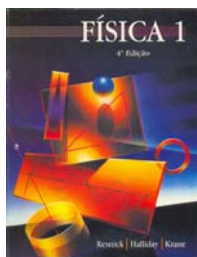
#### CAPÍTULO 24 - O CAMPO ELÉTRICO

#### EXERCÍCIOS E PROBLEMAS

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

[\[Início documento\]](#)

[\[Início seção\]](#)   [\[Início documento\]](#)



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 4.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 1996.

## FÍSICA 3

## CAPÍTULO 28 - O CAMPO ELÉTRICO

## PROBLEMAS

01	02	03	04	05	06	07	08	<b>09</b>	10
<b>11</b>	12	13	<b>14</b>	15	16	17	18	19	<b>20</b>
21	22	23	<b>24</b>	25	<b>26</b>	<b>27</b>	28	29	30
<b>31</b>	32	33	<b>34</b>	35	36	37	38	39	40
<b>41</b>	42	43	<b>44</b>	45	<b>46</b>	47	<b>48</b>	49	50
<b>51</b>	52	53	54	55	56	57	58		

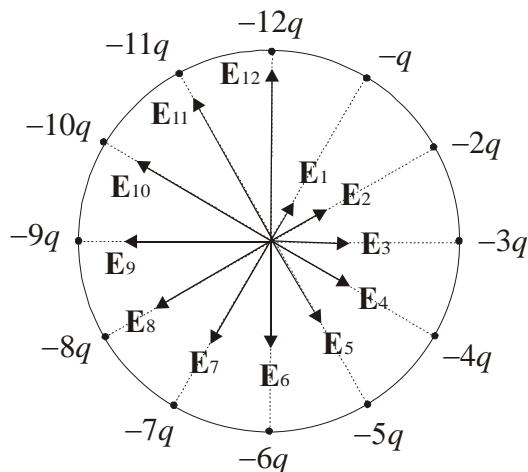
[\[Início documento\]](#)

**09.** O mostrador de um relógio possui cargas pontuais negativas  $-q, -2q, -3q, \dots, -12q$  fixas nas posições dos numerais correspondentes. Os ponteiros do relógio não perturbam o campo. A que horas o ponteiro das horas aponta no mesmo sentido do campo elétrico existente no centro do mostrador? (*Sugestão:* Considere cargas diametralmente opostas.)

(Pág. 28)

**Solução.**

O esquema a seguir mostra os vetores campo-elétrico localizados no centro do relógio, devidos a cada uma das cargas posicionadas ao longo da sua circunferência.



As cargas diametralmente opostas geram campos que possuem a mesma direção e sentidos opostos e que, portanto, podem ser somados facilmente.

$$\mathbf{E}_{17} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_7 = -\frac{kq}{R^2} \mathbf{i}_7 + \frac{7kq}{R^2} \mathbf{i}_7 = \frac{6kq}{R^2} \mathbf{i}_7$$

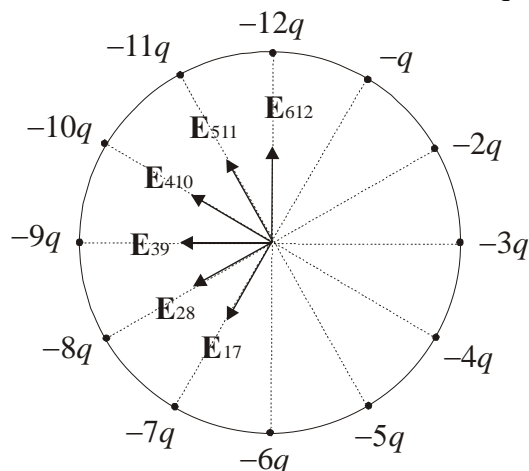
Na equação acima,  $\mathbf{i}_7$  é um vetor unitário localizado no centro do relógio e que aponta para a carga  $-7q$ .

$$\mathbf{E}_{28} = \mathbf{E}_2 + \mathbf{E}_8 = -\frac{2kq}{R^2} \mathbf{i}_8 + \frac{8kq}{R^2} \mathbf{i}_8 = \frac{6kq}{R^2} \mathbf{i}_8$$

A assim segue até o último par de campos.

$$\mathbf{E}_{612} = \mathbf{E}_6 + \mathbf{E}_{12} = -\frac{6kq}{R^2} \mathbf{i}_{12} + \frac{12kq}{R^2} \mathbf{i}_{12} = \frac{6kq}{R^2} \mathbf{i}_{12}$$

Os vetores  $\mathbf{E}_{17}$ ,  $\mathbf{E}_{28}$ , etc., são mostrados no esquema abaixo.



A simetria envolvida na distribuição dos vetores mostra que a resultante aponta para o ponto médio entre os marcadores 9 e 10 do relógio, portanto para às 09:30.

[\[Início seção\]](#)

[\[Início documento\]](#)

10. Na Fig. 4, suponha que ambas as cargas sejam positivas. Mostre que o valor de  $E$  no ponto  $P$  da figura, supondo  $x \gg d$ , é dado por

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2q}{x^2}$$

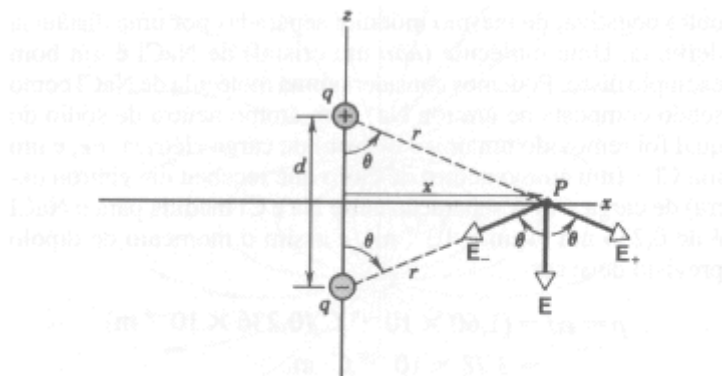


Fig. 4 Cargas positiva e negativa de igual magnitude formam um dipolo elétrico. O campo elétrico  $\mathbf{E}$  em qualquer ponto é o vetor soma dos campos gerados pelas cargas individuais. No ponto  $P$  sobre o eixo  $x$ , o campo tem apenas uma componente  $z$ .

(Pág. 28)

**Solução.**

[\[Início seção\]](#)

[\[Início documento\]](#)

11. Na Fig. 4, considere um ponto situado a uma distância  $z$  do centro do dipolo, *ao longo do seu eixo*. (a) Mostre que, para valores grandes de  $z$ , o campo elétrico é dado por

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3}$$

(Compare com o campo num ponto situado sobre a bissetriz.) (b) Quais são a direção e o sentido de  $\mathbf{E}$ ?

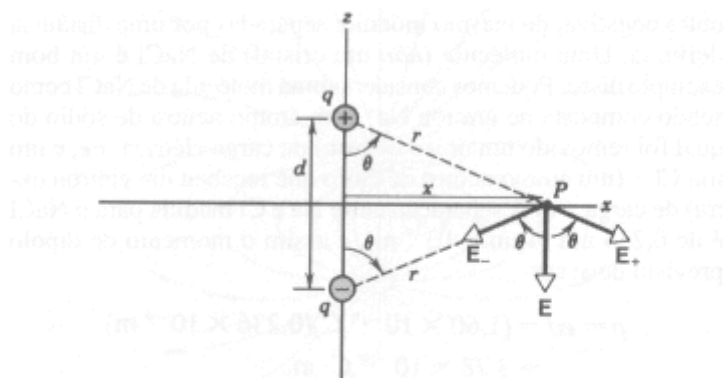
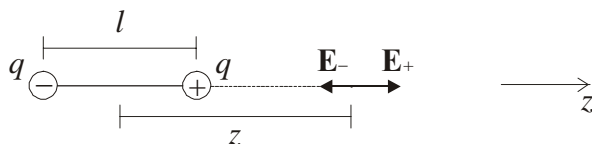


Fig. 4 Cargas positiva e negativa de igual magnitude formam um dipolo elétrico. O campo elétrico  $\mathbf{E}$  em qualquer ponto é o vetor soma dos campos gerados pelas cargas individuais. No ponto  $P$  sobre o eixo  $x$ , o campo tem apenas uma componente  $z$ .

(Pág. 28)

### Solução.

(a) Considere o esquema abaixo:



$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_-$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(z - \frac{l}{2}\right)^2} \mathbf{k} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{\left(z + \frac{l}{2}\right)^2} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{E} = \frac{q}{\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{(2z-l)^2} - \frac{1}{(2z+l)^2} \right] \mathbf{k}$$

$$\mathbf{E} = \frac{8qlz}{\pi\epsilon_0 (l^2 + 4z^2)^2} \mathbf{k}$$

$$\mathbf{E} = \frac{8pz}{\pi\epsilon_0 (l^2 + 4z^2)^2} \mathbf{k}$$

Para valores de  $z \gg l$  tem-se:

$$\boxed{\mathbf{E} = \frac{p}{2\pi\epsilon_0 z^3} \mathbf{k}}$$

(b) A resposta do item (a) responde a esta questão.

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

14. A Fig. 24 mostra um tipo de quadrupolo elétrico. Ele consiste em dois dipolos cujos efeitos em pontos externos não se cancelam completamente. Mostre que o valor de  $E$  sobre o eixo do quadrupolo, para pontos situados à distância  $z$  do seu centro (suponha  $z \gg d$ ), é dado por

$$E = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 z^4}$$

onde  $Q (= 2qd^2)$  é denominado *momento de quadrupolo* da distribuição de carga.

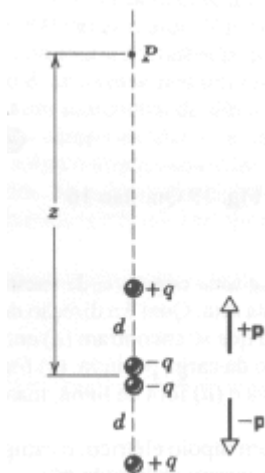
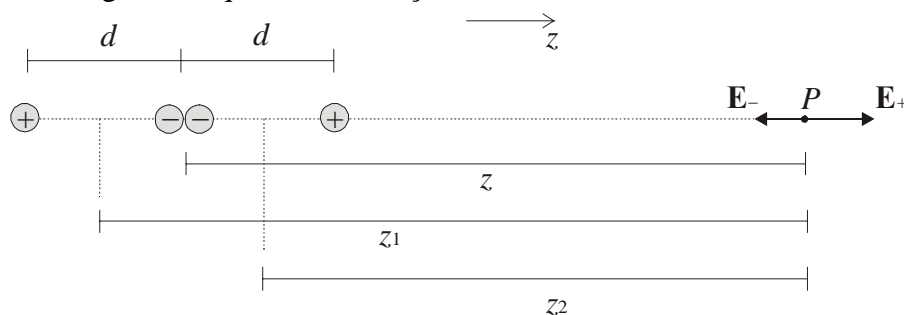


Fig. 24 Problema 14.

(Pág. 28)

### Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



O campo elétrico ( $E$ ) produzido pelo quadrupolo em  $P$  pode ser calculado por meio da soma dos campos produzidos pelos dipolos que compõem o quadrupolo ( $E_1$  e  $E_2$ ).

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_1 + \mathbf{E}_2$$

Os campos dos dipolos valem:

$$\mathbf{E}_1 = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qd}{z_1^3} \mathbf{i}$$

$$\mathbf{E}_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2qd}{z_2^3} \mathbf{i}$$

Sendo que as distâncias  $z_1$  e  $z_2$  são definidas por:

$$z_1 = z + \frac{d}{2}$$

$$z_2 = z - \frac{d}{2}$$

O módulo do campo **E** vale:

$$E = \frac{2qd}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{1}{\left(z - \frac{d}{2}\right)^3} - \frac{1}{\left(z + \frac{d}{2}\right)^3} \right]$$

Multiplicando-se e dividindo-se o segundo membro desta equação por  $z^3$ , teremos:

$$E = \frac{2qd}{4\pi\epsilon_0 z^3} \left[ \left(1 - \frac{d}{2z}\right)^{-3} - \left(1 + \frac{d}{2z}\right)^{-3} \right]$$

Aplicando-se a expansão binomial (Apêndice H, pág. A-288) e omitindo-se os termos de ordem superior ( $z \gg d$ ):

$$E = \frac{2qd}{4\pi\epsilon_0 z^3} \left[ \left(1 + \frac{3d}{2z} + \dots\right) - \left(1 - \frac{3d}{2z} + \dots\right) \right]$$

$$E = \frac{2qd}{4\pi\epsilon_0 z^3} \frac{3d}{z} = \frac{3 \cdot 2qd^2}{4\pi\epsilon_0 z^4} = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 z^4}$$

Em notação vetorial:

$$\mathbf{E} = \frac{3Q}{4\pi\epsilon_0 z^4} \mathbf{i}$$

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

- 16.** A Fig. 25 mostra as linhas de campo de um campo elétrico; o espaçamento das linhas perpendicularmente à página é o mesmo em todo o espaço. (a) Se o módulo do campo em A é 40 N/C, qual é a força que atua sobre um próton colocado naquele ponto? (b) Qual é a intensidade do campo em B?

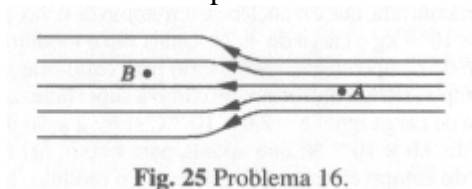


Fig. 25 Problema 16.

(Pág. 29)

**Solução.**

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

- 17.** Esquematize qualitativamente as linhas de força associadas a um disco fino, circular, fino, uniformemente carregado, de raio  $R$ . (*Sugestão:* Considere como casos limites pontos situados

muito próximos ao disco, onde o campo elétrico é perpendicular à superfície, e pontos muito afastados dele, onde o campo elétrico seja semelhante ao de uma carga pontual.)

(Pág. 29)

**Solução.**

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

**20.** (a) Na Fig. 27, localize o ponto (ou pontos) em que o campo elétrico é nulo. (b) Esquematize qualitativamente as linhas de força.

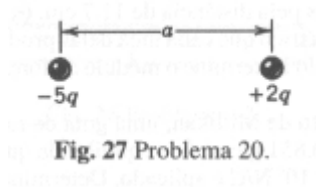


Fig. 27 Problema 20.

(Pág. 29)

**Solução.**

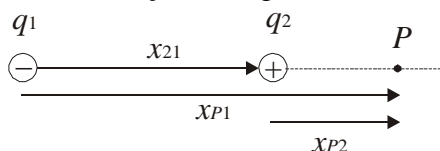
(a) É possível simplificar a resolução do problema ao reconhecer que somente há possibilidade de encontrarmos pontos onde  $\mathbf{E} = 0$  ao longo da reta que une as duas cargas. Para localizarmos o(s) ponto(s) onde  $\mathbf{E} = 0$ , vamos resolver a Eq. (1), onde  $E_+$  e  $E_-$  são os módulos dos campos elétricos gerados pelas cargas positiva e negativa, respectivamente.

$$E_+ = E_- \quad (1)$$

$$\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{5,0q}{x_{P1}^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2,0q}{x_{P2}^2}$$

$$\frac{5,0}{x_{P1}^2} = \frac{2,0}{x_{P2}^2} \quad (2)$$

Na Eq. (2),  $x_{P1}$  é a coordenada  $x$  do ponto  $P$  em relação à carga 1 ( $-5q$ ) e  $x_{P2}$  é a coordenada do mesmo ponto em relação à carga 2 ( $+2q$ ). Seja o seguinte esquema da situação,  $x_{21}$  é a coordenada da carga 2 em relação à carga 1:



A análise do esquema acima mostra que:

$$x_{P1} = x_{21} + x_{P2}$$

Lembrando que  $x_{21}$  é igual a  $a$ :

$$x_{P2} = x_{P1} - a \quad (3)$$

A Eq. (3) funciona perfeitamente para qualquer ponto localizado ao longo do eixo  $x$ . Substituindo-se (3) em (2):

$$\frac{5,0}{x_{P1}^2} = \frac{2,0}{(x_{P1} - a)^2}$$

$$3,0x_{P1}^2 - 10ax_{P1} + 5a^2 = 0$$

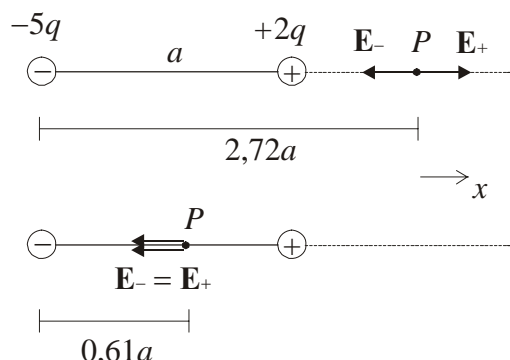
Esta equação possui duas raízes:

$$x_{P1_1} = 0,61257 \cdots a$$



$$x_{P1_2} = 2,72076 \cdots a$$

As duas soluções obtidas satisfazem apenas ao critério de  $E_+ = E_-$ , não de  $\mathbf{E}_+ + \mathbf{E}_- = 0$ . Vamos observar os vetores nos dois casos:



Podemos notar que apenas  $x_{P1} \approx 2,72 a$  satisfaz ao critério estabelecido no enunciado do problema.

[\[Início seção\]](#)

[\[Início documento\]](#)

**24.** Mostre que a Eq. 27, que se refere ao campo elétrico de um disco carregado, em pontos situados sobre o seu eixo, se reduz ao campo de uma carga pontual para  $z \gg R$ .

$$E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (\text{disco carregado}) \quad (27)$$

(Pág. 29)

### Solução.

Partindo-se da expressão inicial,

$$E_z = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad , \quad (1)$$

não podemos simplesmente fazer a aproximação  $z^2 + R^2 \approx 0$ , pois isso torna  $E_z = 0$ . Na verdade, fazer  $z^2 + R^2 \approx 0$  equivale a tornar  $z \approx \infty$ , e não  $z \gg R$ . Para obter a aproximação correta, é preciso expandir a expressão entre parênteses em termos do binômio de Newton, para em seguida truncá-la no ponto correto. A expansão do binômio de Newton é:

$$(1+x)^n = 1 + \frac{nx!}{1!} + \frac{n(n-1)x^2}{2!} + \cdots$$

Para isso, precisamos preparar para a expansão o termo negativo entre parênteses na Eq. (1).

$$\frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}} = \left( 1 + \frac{R^2}{z^2} \right)^{-1/2} = (1+x)^n$$

Na expressão acima,  $x = R^2/z^2$  e  $n = -1/2$ . Podemos agora aplicar a expansão do binômio de Newton.

$$\left( 1 + \frac{R^2}{z^2} \right)^{-1/2} = 1 - \frac{1}{2} \frac{R^2}{z^2} - \frac{1}{2} \left( -\frac{3}{2} \right) \frac{R^4}{z^4} \frac{1}{2} + \cdots = 1 - \frac{R^2}{2z^2} + \frac{3R^4}{8z^4} + \cdots$$

Para  $z \gg R$  temos:

$$\left( 1 + \frac{R^2}{z^2} \right)^{-1/2} \approx 1 - \frac{R^2}{2z^2} \quad (2)$$

Substituindo-se (2) em (1):

$$E_z \approx \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left( 1 - 1 + \frac{R^2}{2z^2} \right) = \frac{\sigma}{4\epsilon_0} \frac{R^2}{z^2}$$

Explicitando-se a densidade superficial de cargas,  $\sigma$ :

$$E_z \approx \frac{1}{4\epsilon_0} \frac{q}{\pi R^2} \frac{R^2}{z^2}$$

$$E_z \approx \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{z^2}$$

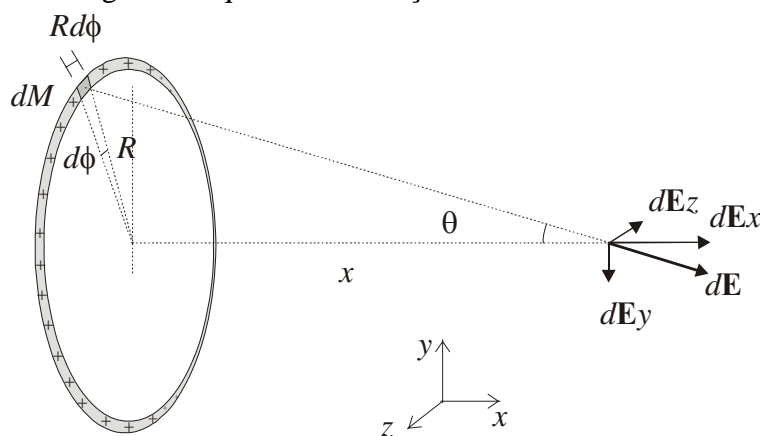
[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

**26.** A que distância, ao longo do eixo de um anel carregado de raio  $R$ , a intensidade do campo elétrico axial é máxima?

(Pág. 29)

**Solução.**

Considere o seguinte esquema da situação:



O campo elétrico no ponto é dado por:

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int (dE_x \mathbf{i} + dE_y \mathbf{j} + dE_z \mathbf{k}) = \int dE_x \mathbf{i} + \int dE_y \mathbf{j} + \int dE_z \mathbf{k}$$

A simetria envolvida na situação mostra que as integrais em  $\mathbf{j}$  e  $\mathbf{k}$  são nulas.

$$\mathbf{E} = \int dE_x \mathbf{i} + 0 + 0 = \int dE \cos \theta \mathbf{i} \quad (1)$$

Na Eq. (1), a expressão de  $dE$  é obtida pela lei de Coulomb e a de  $\cos \theta$  pela análise do esquema acima.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{(R^2 + x^2)^{3/2}}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{(R^2 + x^2)^{1/2}}$$

Logo:

$$\mathbf{E} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dq}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \mathbf{i} \quad (2)$$

A expressão de  $dq$  é obtida por meio da densidade linear de carga do anel  $\lambda$ .

$$\lambda = \frac{q}{2\pi R} = \frac{dq}{Rd\phi}$$

$$dq = \frac{q}{2\pi} d\phi \quad (3)$$

Substituindo-se (3) em (2):

$$\mathbf{E} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2\pi} \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} d\phi \mathbf{i}$$

Na expressão acima, somente  $\phi$  é variável. Portanto, tudo o mais pode ser retirado de dentro da integral.

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2\pi} \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi} d\phi \mathbf{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{2\pi} \frac{x}{(R^2 + x^2)^{3/2}} 2\pi \mathbf{i}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \mathbf{i} \quad (4)$$

A Eq. (4) corresponde ao campo elétrico sobre o eixo do anel, a uma distância  $x$  do seu centro. O valor de  $\mathbf{E}$  é zero para  $x = 0$  e também é zero para  $x = +\infty$ . Como  $\mathbf{E}$  é positivo nesse intervalo, torna-se evidente que há um valor máximo que  $\mathbf{E}$  atinge em algum lugar para  $0 < x < +\infty$ . Para achar o valor de  $x$  que torna máximo o de  $E$ , módulo de  $\mathbf{E}$ , basta calcular o valor de  $x$  que torna zero a derivada de  $E$  em relação à  $x$ .

$$\frac{dE}{dx} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left[ \frac{(R^2 + x^2)^{3/2} - 3x^2(R^2 + x^2)^{1/2}}{(R^2 + x^2)^3} \right] = 0$$

A expressão central será zero somente se:

$$(R^2 + x^2)^{3/2} - 3x^2(R^2 + x^2)^{1/2} = 0$$

$$R^2 + x^2 = 3x^2$$

$$\boxed{x = \frac{R}{\sqrt{2}}}$$

[\[Início seção\]](#)

[\[Início documento\]](#)

27. (a) Qual é a carga total  $q$  que um disco de raio igual a 2,50 cm deve ter para que o campo elétrico em sua superfície, no seu centro, seja igual ao valor em que a rigidez dielétrica do ar se rompe, produzindo centelhas? Veja Tabela 1. (b) Suponha que cada átomo da superfície tenha uma seção reta de área efetiva igual a  $0,015 \text{ nm}^2$ . Quantos átomos estão localizados na superfície do disco? (c) A carga em (a) resulta do fato de alguns átomos superficiais carregarem um elétron em excesso. Qual é a fração dos átomos superficiais que precisa estar carregada desta forma?

TABELA 1 ALGUNS CAMPOS ELÉTRICOS\*

Localização	Campo Elétrico (N/C)
Na superfície de um núcleo de urânio	$3 \times 10^{21}$
Dentro de um átomo de hidrogênio, na órbita do elétron	$5 \times 10^{11}$
A ruptura dielétrica no ar	$3 \times 10^6$
No tambor carregado de uma fotocopiadora	$10^5$
No feixe de elétrons acelerador em um aparelho de TV	$10^5$
Próximo a um pente de plástico carregado	$10^3$
Na parte inferior da atmosfera	$10^2$
Dentro de um fio de cobre de circuitos domésticos	$10^{-2}$

\*Valores aproximados.

(Pág. 29)

**Solução.**

O campo elétrico produzido por um disco uniformemente carregado ao longo da linha perpendicular ao centro do plano do disco é dado por:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left[ 1 - \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}} \right]$$

(a) O campo capaz de causar ruptura elétrica do ar vale  $E = 3 \times 10^6$  N/C (ver Tabela 1). Na superfície do disco o campo vale:

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} = \frac{Q}{2\epsilon_0 \pi R^2}$$

Logo:

$$Q = 2\pi\epsilon_0 R^2 E = 1,0431 \dots \times 10^{-7} \text{ C}$$

$$Q \approx 1 \times 10^{-7} \text{ C} = 0,1 \mu\text{C}$$

(b) O número de átomos na superfície do disco,  $n$ , é igual à área total,  $A$ , dividida pela área efetiva de cada átomo,  $a$ .

$$n = \frac{A}{a} = \frac{\pi R^2}{a} = 1,30899 \dots \times 10^{17}$$

$$n \approx 1,3 \times 10^{17}$$

(c) A fração  $f$  dos átomos superficiais é dada por:

$$f = \frac{n_c}{n} \tag{1}$$

Nesta equação,  $n_c$  é o número de átomos carregados. Como os átomos eletricamente carregados possuem carga  $+e$ , a carga total  $Q$  vale:

$$Q = n_c e$$

Logo:

$$n_c = \frac{Q}{e}$$

Portanto:

$$f = \frac{Q}{ne} = 4,9804 \dots \times 10^{-6}$$

$$f \approx 5 \times 10^{-6}$$

Isso é cerca de 5 átomos por milhão.

[\[Início seção\]](#)

[\[Início documento\]](#)

31. Um fino bastão não condutor, de comprimento finito  $L$ , possui uma carga total  $q$ , uniformemente distribuída em toda a sua extensão. Mostre que  $E$ , no ponto  $P$  situado sobre a mediatriz que aparece na Fig. 31, é dado por

$$E = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 y} \frac{1}{(L^2 + 4y^2)^{1/2}}$$

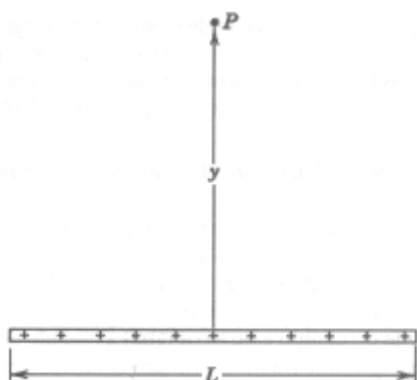
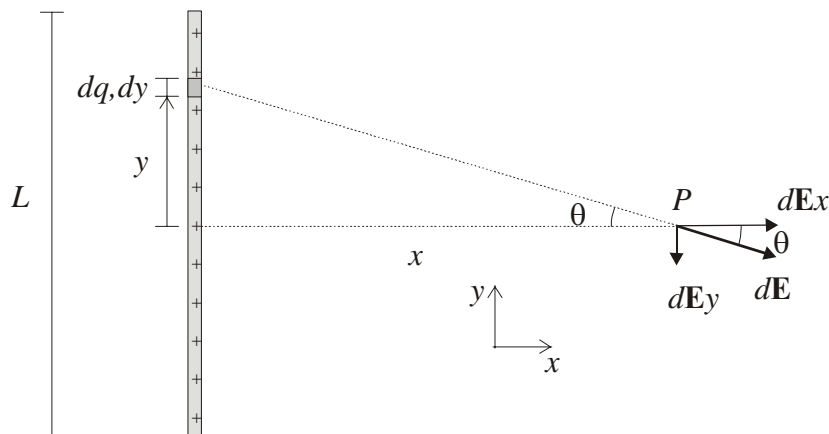


Fig. 31 Problema 31.

(Pág. 29)

### Solução.

Considere o seguinte esquema da situação:



O campo elétrico no ponto  $P$  é dado por:

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int (dE_x \mathbf{i} + dE_y \mathbf{j}) = \int dE_x \mathbf{i} + \int dE_y \mathbf{j}$$

A simetria envolvida na situação mostra que a integral em  $\mathbf{j}$  é nula.

$$\mathbf{E} = \int dE_x \mathbf{i} + 0 = \int dE \cos \theta \mathbf{i} \quad (1)$$

Na Eq. (1), a expressão de  $dE$  é obtida pela lei de Coulomb e a de  $\cos \theta$  pela análise geométrica do esquema acima.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$\cos \theta = \frac{x}{(x^2 + y^2)^{1/2}}$$

Logo:

$$\mathbf{E} = \int \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{x dq}{(R^2 + x^2)^{3/2}} \mathbf{i} \quad (2)$$

A expressão de  $dq$  é obtida por meio da densidade linear  $\lambda$  de carga do bastão.

$$\lambda = \frac{q}{L} = \frac{dq}{dy}$$

$$dq = \frac{q}{L} dy \quad (3)$$

Substituindo-se (3) em (2):

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{L} \int_{-L/2}^{+L/2} \frac{dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \mathbf{i} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qx}{L} 2 \int_0^{+L/2} \frac{dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}} \mathbf{i}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qx}{L} \left( \frac{y}{x^2 (x^2 + y^2)^{1/2}} \right) \Bigg|_0^{+L/2} \mathbf{i}$$

$$\mathbf{E} = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{q}{x (4x^2 + L^2)^{1/2}} \mathbf{i}$$

Podemos verificar facilmente que esta expressão se reduz à lei de Coulomb quando afastamos o ponto  $P$  do bastão para distâncias muito maiores do que seu comprimento ( $x \gg L$ ).

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

- 33.** Esquematize qualitativamente as linhas de força associadas a três longas linhas de carga paralelas, num plano perpendicular a estas. Suponha que as interseções das linhas de cargas com este plano formem um triângulo equilátero (Fig. 33) e que cada linha de carga tenha a mesma densidade linear de carga  $\lambda$ .

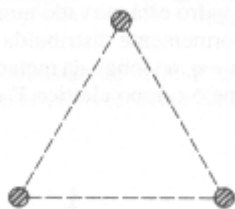


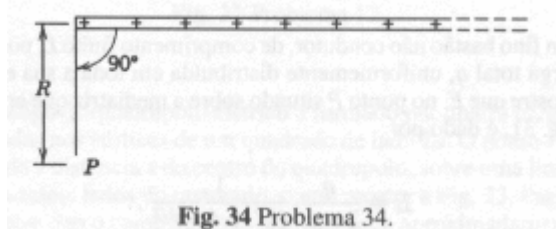
Fig. 33 Problema 33.

(Pág. 30)

**Solução.**

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

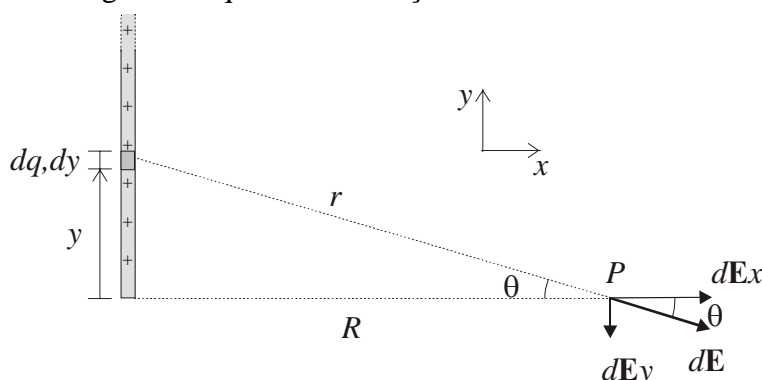
- 34.** Um bastão isolante “semi-infinito” (Fig. 34) possui uma carga constante por unidade de comprimento  $\lambda$ . Mostre que o campo elétrico do ponto  $P$  forma um ângulo de  $45^\circ$  com o bastão, e que este resultado é independente da distância  $R$ .



(Pág. 30)

**Solução.**

Considere o seguinte esquema da situação:



O campo elétrico no ponto  $P$  é dado por:

$$\mathbf{E} = \int d\mathbf{E} = \int (dE_x \mathbf{i} - dE_y \mathbf{j}) = \int dE_x \mathbf{i} - \int dE_y \mathbf{j}$$

$$\mathbf{E} = \int dE \cos \theta \mathbf{i} - \int dE \sin \theta \mathbf{j} \quad (1)$$

Na Eq. (1), a expressão de  $dE$  é obtida pela lei de Coulomb e a de  $\cos \theta$  pela análise geométrica do esquema acima.

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} \quad (2)$$

Onde:

$$dq = \lambda dy$$

$$r = \frac{R}{\cos \theta}$$

Logo:

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\cos^2 \theta \lambda dy}{R^2} \quad (3)$$

Podemos determinar uma expressão para  $dy$  partindo-se da relação:

$$y = R \tan \theta$$

Derivando-se  $y$  em relação à  $\theta$ .

$$dy = \frac{R}{\cos^2 \theta} d\theta \quad (4)$$

Substituindo-se (4) em (3):

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R} d\theta \quad (5)$$

Substituindo-se (5) em (1):

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{R} \left( \int_0^{\pi/2} \cos\theta d\theta \mathbf{i} - \int_0^{\pi/2} \sin\theta d\theta \mathbf{j} \right) = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} (\mathbf{i} - \mathbf{j})$$

$$\mathbf{E} = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \mathbf{i} - \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 R} \mathbf{j}$$

Como as componentes  $\mathbf{i}$  e  $\mathbf{j}$  do vetor  $\mathbf{E}$  são iguais, o ângulo  $\theta$  é  $45^\circ$ . Este resultado não depende de  $R$ , pois este termo está igualmente presente em ambas as componentes de  $\mathbf{E}$ .

[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

41. No experimento de Millikan, uma gota de raio 1,64 mm e densidade de  $0,851 \text{ g/cm}^3$  fica equilibrada quando um campo elétrico de  $1,92 \times 10^5 \text{ N/C}$  é aplicado. Determine a carga da gota, em termos de  $e$ .

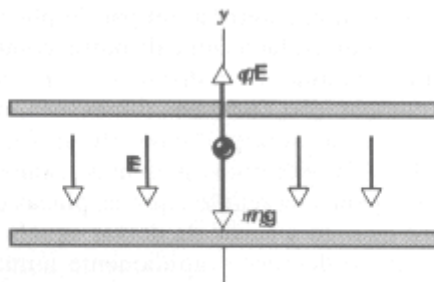


Fig. 13 Exemplo 5. Uma gota negativamente carregada é colocada num campo elétrico uniforme  $\mathbf{E}$ . A gota se move sob a influência conjunta do seu peso  $mg$  e da força elétrica  $q\mathbf{E}$ .

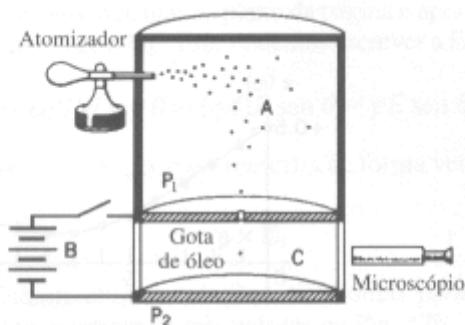


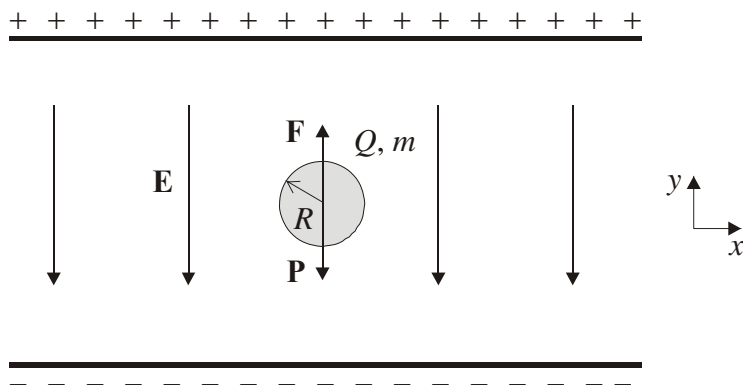
Fig. 15 O aparelho da gota de óleo de Millikan para medir a carga elementar  $e$ . O movimento de uma gota de óleo é observado na câmara C, onde atuam sobre a gota a gravidade, o campo elétrico gerado pela bateria B e, se a gota estiver em movimento, uma força de arraste viscoso.

(Pág. 30)

**Solução.**

Considere o seguinte esquema:





Como a gota de óleo está em equilíbrio, as forças que atuam sobre a mesma, a força elétrica  $\mathbf{F}$  e o peso  $\mathbf{P}$ , devem somar zero.

$$\mathbf{F} + \mathbf{P} = 0 \quad (1)$$

A força elétrica vale:

$$\mathbf{F} = -Q\mathbf{E} = -Q(-E)\mathbf{j} = QE\mathbf{j} \quad (2)$$

O peso da gota vale:

$$\mathbf{P} = -mg\mathbf{j} = -\rho Vg\mathbf{j} = -\frac{4}{3}\pi R^3 \rho g\mathbf{j} \quad (3)$$

Substituindo-se (2) e (3) em (1):

$$QE\mathbf{j} - \frac{4}{3}\pi R^3 \rho g\mathbf{j} = 0$$

$$Q = \frac{4\pi R^3 \rho g}{3E} = 8,0337 \dots \times 10^{-19} \text{ C}$$

Como a carga de um elétron vale  $e = -1,60 \times 10^{-19} \text{ C}$ , temos:

$$Q = -5,021 \dots e$$

$$\boxed{Q \approx -5 e}$$

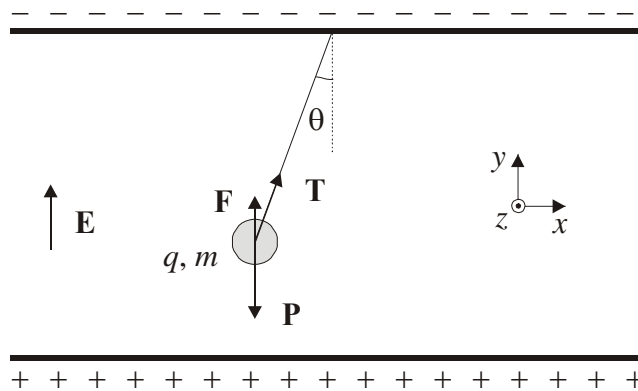
[\[Início seção\]](#) [\[Início documento\]](#)

- 44.** Um campo vertical uniforme  $\mathbf{E}$  é estabelecido no espaço entre duas grandes placas paralelas. Uma pequena esfera condutora de massa  $m$  é suspensa no campo, pendendo da extremidade de um fio de comprimento  $L$ . Determine o período deste pêndulo, quando a esfera recebe uma carga  $+q$ , se a placa inferior (a) está positivamente carregada e (b) está negativamente carregada.

(Pág. 31)

**Solução.**

(a) Considere o seguinte esquema da situação:



Vamos fazer o cálculo do período  $T$  por meio da frequência angular  $\omega$  do movimento harmônico simples (MHS). Esta será obtida por meio da construção da equação diferencial do MHS, que por sua vez tem sua origem na segunda lei de Newton.

$$\sum \tau = I\alpha$$

Torques em relação ao ponto de suspensão, no eixo  $z$ :

$$\sum \tau_z = \tau_P + \tau_F + \tau_T = -(mg \sin \theta L - qE \sin \theta L + 0) = I\alpha_z$$

O torque da tensão  $T$  em relação ao ponto de suspensão é nulo. O sinal negativo fora dos parênteses indica o caráter restaurador do torque.

$$-(mg \sin \theta L - qE \sin \theta L) = mL^2 \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \left( g - \frac{qE}{m} \right) \frac{1}{L} \sin \theta = 0$$

Para pequenas oscilações,  $\theta$  é suficientemente pequeno para que seja aceitável a aproximação  $\sin \theta \approx \theta$ .

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \left( g - \frac{qE}{m} \right) \frac{1}{L} \theta \approx 0$$

Esta é a equação diferencial do MHS, que tem a forma:

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0$$

Logo:

$$\omega^2 \approx \left( g - \frac{qE}{m} \right) \frac{1}{L}$$

Como o período é dado por:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

Temos finalmente:

$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{L}{g - \frac{qE}{m}}}$$

O sistema somente será capaz de oscilar se  $g > qE/m$ .

(b) Neste caso, a força elétrica  $F$  tem o sentido  $-y$ . A única consequência é o sinal do torque relativo à força elétrica, agora positivo, que se propaga até o cálculo do período de oscilação.

$$T \approx 2\pi \sqrt{\frac{L}{g + \frac{qE}{m}}}$$

[\[Início seção\]](#)
[\[Início documento\]](#)

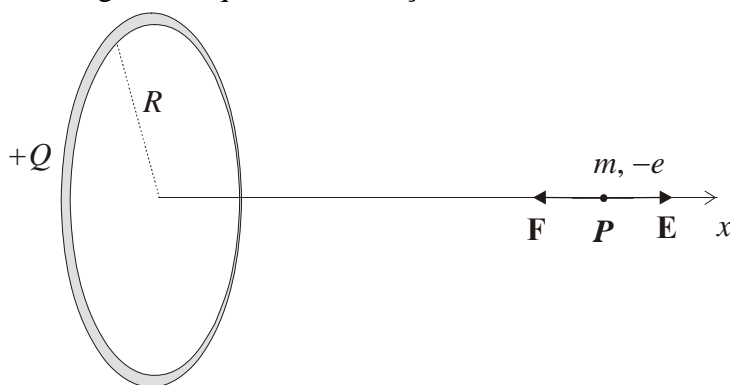
- 46.** Um elétron é forçado a mover-se ao longo do eixo do anel carregado discutido na Seção 28-5. Mostre que o elétron pode realizar pequenas oscilações através do centro do anel, cuja frequência é dada por

$$\omega = \sqrt{\frac{eq}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$$

(Pág. 31)

**Solução.**

Considere o seguinte esquema da situação:



O campo elétrico no ponto  $P$  gerado por um anel de cargas foi calculado na Seção 28.5 do livro e vale:

$$\mathbf{E} = \frac{qx}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}} \mathbf{i}$$

Um elétron de massa  $m$  e carga  $-e$  colocado no ponto  $P$  estará sujeito a uma força cujo módulo é dado por:

$$F = -\frac{qex}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

A equação de movimento do elétron é dada pela segunda lei de Newton:

$$F = m \frac{d^2 x}{dt^2} = -\frac{qex}{4\pi\epsilon_0 (x^2 + R^2)^{3/2}}$$

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{qex}{4\pi\epsilon_0 m (x^2 + R^2)^{3/2}} = 0$$

Para pequenas oscilações, temos  $x \ll R$ , o que reduz a expressão acima a:

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{qe}{4\pi\epsilon_0 m R^3} x \approx 0$$

Esta é a equação diferencial do MHS, que tem a forma:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Logo:

$$\omega \approx \sqrt{\frac{qe}{4\pi\epsilon_0 m R^3}}$$

[\[Início seção\]](#)

[\[Início documento\]](#)

**48.** Um dipolo elétrico, composto de cargas de módulo 1,48 nC separadas por 6,23 μm, está imerso num campo elétrico de 1.100 N/C. (a) Qual é o módulo do momento de dipolo elétrico? (b) Qual é a diferença em energia potencial conforme o dipolo tenha orientação paralela e antiparalela ao campo?

(Pág. 31)

**Solução.**

(a) O módulo do momento de dipolo vale:

$$p = qd = (1,48 \times 10^{-9} \text{ C})(6,23 \times 10^{-6} \text{ m}) = 9,2204 \times 10^{-15} \text{ C.m}$$

$$p \approx 9,22 \times 10^{-15} \text{ C.m}$$

(b) A variação da energia potencial vale:

$$\Delta U = U_{\text{par}} - U_{\text{antipar}}$$

As energias potenciais das configurações paralela ( $U_{\text{par}}$ ) e antiparalela ( $U_{\text{antipar}}$ ) valem:

$$U_{\text{par}} = -\mathbf{p}_{\text{par}} \cdot \mathbf{E} = -pE \cos 0 = -pE$$

$$U_{\text{antipar}} = -\mathbf{p}_{\text{antipar}} \cdot \mathbf{E} = -pE \cos \pi = pE$$

Logo, o valor de  $\Delta U$  é:

$$\Delta U = -pE - pE = -2pE = -2,0284 \dots \times 10^{-11} \text{ J}$$

$$\Delta U \approx -2,03 \times 10^{-11} \text{ J}$$

[\[Início seção\]](#)

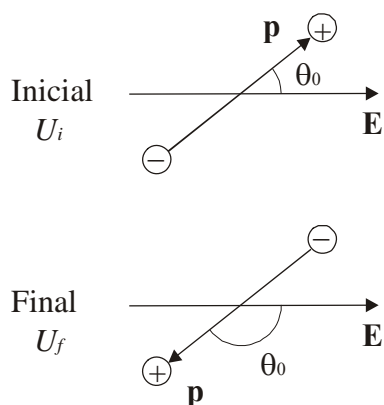
[\[Início documento\]](#)

**51.** Determine o trabalho necessário para girar um dipolo elétrico de 180° num campo elétrico uniforme  $\mathbf{E}$ , em termos do momento de dipolo  $\mathbf{p}$  e do ângulo inicial  $\theta_0$  entre  $\mathbf{p}$  e  $\mathbf{E}$ .

(Pág. 31)

**Solução.**

Considere o seguinte esquema:



O trabalho realizado pela força elétrica é dado por:

$$W = -\Delta U = -(U_f - U_i) = U_i - U_f \quad (1)$$

As energias potenciais das configurações inicial ( $U_i$ ) e final ( $U_f$ ) do dipolo valem:

$$U_i = -\mathbf{p}_i \cdot \mathbf{E} = -pE \cos \theta_0 \quad (2)$$

$$U_f = -\mathbf{p}_f \cdot \mathbf{E} = -pE \cos(\pi - \theta_0) = -pE(-\cos \theta_0) = pE \cos \theta_0 \quad (3)$$

Substituindo-se (2) e (3) em (1):

$$W = -pE \cos \theta_0 - pE \cos \theta_0 = -2pE \cos \theta_0$$

Logo, o trabalho de um agente externo vale:

$$W_{\text{ext}} = -W = 2pE \cos \theta_0$$

[\[Início seção\]](#)

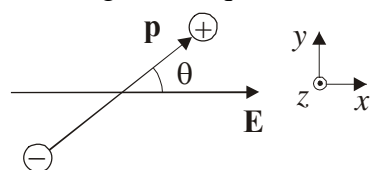
[\[Início documento\]](#)

**52.** Determine a frequência de oscilação de um dipolo elétrico, de momento  $p$  e momento de inércia  $I$ , para pequenas amplitudes de oscilação em torno de sua posição de equilíbrio, num campo elétrico uniforme  $E$ .

(Pág. 31)

**Solução.**

Considere o seguinte esquema:



O torque gerado pelo campo elétrico  $\mathbf{E}$  sobre o dipolo, cujo momento de dipolo é  $\mathbf{p}$ , é dado por:

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E} = -pE \sin \theta \mathbf{k}$$

Aplicando-se a segunda lei de Newton, no eixo  $z$ :

$$-pE \sin \theta = I \frac{d^2 \theta}{dt^2}$$

Nesta equação,  $I$  é o momento de inércia do dipolo elétrico em relação em eixo de oscilação. Para pequenas amplitudes angulares, é válida a aproximação  $\sin \theta \approx \theta$ .

$$\frac{d^2 \theta}{dt^2} + \frac{pE}{I} \theta \approx 0$$

Esta é a equação diferencial do MHS, que tem a forma:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0$$

Nesta equação,  $\omega$  é a frequência angular da oscilação, e vale:

$$\omega \approx \sqrt{\frac{pE}{I}}$$

A frequência da oscilação,  $\nu$ , vale:

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi}$$

Logo:

$$\boxed{\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{pE}{I}}}$$

[\[Início seção\]](#)

[\[Início documento\]](#)



RESNICK, HALLIDAY, KRANE, FÍSICA, 5.ED., LTC, RIO DE JANEIRO, 2003.

### FÍSICA 3

#### CAPÍTULO 26 - O CAMPO ELÉTRICO

#### EXERCÍCIOS

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

#### PROBLEMAS

01	02	03	04	05	06	07	08	09	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

[\[Início documento\]](#)

[\[Início seção\]](#)   [\[Início documento\]](#)